

Die Kreiszahl Pi (π) auf einem Strahl dargestellt

Konstruktionsbeschreibung

für Programm Z.u.L. von René Grothmann
und für Schreibstift, Zirkel und Lineal ohne Maßeinteilung

von Peter Katzlinger, München, Februar 2013

Idee

Ist die Kreiszahl π , mit der gewünschten Annäherung, einmal als Strecke auf einem Zahlenstrahl konstruiert, kann diese für folgende Annäherungskonstruktionen verwendet werden:

- Die Quadratur des Kreises
- Dreiteilung des Winkels, für Winkel $0^\circ < \alpha \leq 180^\circ$
- Regelmäßige Polygone, ab 3-Eck bis ...n-Eck => abhängig vom gewählten DIN Format

Ansatz

- Jeder unechte Bruch und jeder Dezimalbruch der die gewünschte Annäherung zu Pi (π) hat, ist anwendbar.
- Anwendung des Strahlensatzes

Konstruktionsschritte mit => Begründung / Hinweise

Grundkonstruktion

- Halbkreis, Radius R beliebig
 - ⇒ grundsätzlich kann der Radius frei gewählt werden
 - ⇒ $R = 1$ (Einheitskreis) hat im Programm Z.u.L. den Vorteil, dass am Ende der Konstruktion die Strecke A-Z den arithmetischen Wert für $\approx \pi$ ausweist.
- Strahl s_1 ab Punkt A und darauf 3 x Radius R auftragen, ergibt B, C und D
- Strahl s_2 ab Punkt A, Winkel s_1 -A- $s_2 = 30^\circ$
 - ⇒ 30° nicht erforderlich, aber vorteilhaft für eine kompakte Gesamtdarstellung
- Strecke A-E mit beliebiger Länge 4x auf s_1 auftragen, ergibt Punkte F (3 x A-E) und G (4 x A-E)
- Punkt F mit D verbinden
 - ⇒ Strecken A-D (3 Teile) und A-F (3 Teile) sind proportional
- Strahl s_3 parallel zu s_1 durch G
- Strahl s_4 senkrecht auf s_3 durch Punkt G
- 10er Teilung auf s_4 , ergibt Punkt L und H
- Strahl s_5 senkrecht auf s_3 durch Punkt A, ergibt Punkt I
- 10er Teilung auf s_5 , mit gleichen Teilen wie auf s_4 , ergibt Punkt N und J
 - ⇒ s_4 und s_5 sind Zahlenstrahlen für die geometrische Darstellung des Nenners und Zählers
 - ⇒ die Punkte L und N sind jeweils die 1. Teilungsstrecken
- unterbrochener Strahl s_6 durch s_3 und L bis Punkt J auf s_5 ergibt Knotenpunkt K
 - ⇒ vergrößert die Strecke G-L mit Faktor 10
- unterbrochener Strahl s_7 durch s_3 und N bis Punkt H auf s_4 ergibt Knotenpunkt M
 - ⇒ vergrößert die Strecke I-N mit Faktor 10
 - ⇒ Unterbrechung der Strahlen bringt bessere Übersichtlichkeit
 - ⇒ Knotenpunkte K und M ermöglichen die Proportionalität der Strahlen s_4 u. s_5 zueinander
- Strecke G-I dritteln, ergibt Punkte O und P
- Strahl s_8 senkrecht auf s_3 durch O und s_9 senkrecht auf s_3 durch P
 - zusätzliche Knotenpunkte **für lange Brüche**
- Kreisbogen auf s_3 mit Radius G-K um G ergibt Q
- auf s_4 , 3. Teilungsstrich mit Q verbinden, Parallele zu Q-3. durch L ergibt S
- Strecke Q-S und S-G auf s_3 ab Punkt O übertragen ergibt T und U
- Strecke Q-S und S-G auf s_3 ab Punkt P übertragen ergibt V und W

Bruch auf s4 konstruieren, überschaubares Beispiel mit Bruch 355 / 113

⇒ Zähler / Nenner = 355 / 113 entspricht $\approx \pi / 1$

• Nenner auf s4 konstruieren

- Start mit Einerstelle „3“
- vom Punkt G aus den 3. Teilungsstrich mit „3“ bezeichnen
- Punkt 3 auf s4 mit Knotenpunkt M verbinden (Linie unterbrochen), ergibt 3 auf Strahl s5
 - ⇒ Strecke G-3 von s4 wird verkleinert (Faktor 1/10)
 - ⇒ im Moment ist der Strahl s5 für Zehner zuständig
- Punkt 3 auf s5 geometrisch zum 1. Teilstrich addieren ergibt $10 + 3 = 13$
- Punkt 13 auf s5 mit Knotenpunkt K verbinden (Linie unterbrochen), ergibt 13 auf Strahl s4
 - ⇒ Strecke I-13 von s5 wird verkleinert
 - ⇒ im Moment ist der Strahl s4 für Hunderter zuständig
- Punkt 13 auf s4 geometrisch vom 2. Teilstrich subtrahiert, ergibt $200 - 87 = 113$
 - ⇒ Subtraktion ermöglicht eine größere Zirkelöffnung
 - ⇒ Nenner ist vollständig auf s4 konstruiert
- Punkt 113 mit Punkt F verbinden
 - ⇒ Strecke G-113 ist proportional zur Strecke G-F
 - ⇒ Nenner 113 entspricht der „1“ im Bruch $\approx \pi / 1$

• Zähler auf s4 konstruieren

- Start mit Einerstelle „5“
- vom Punkt G aus den 5. Teilungsstrich mit „5“ bezeichnen
- Punkt 5 auf s4 mit Knotenpunkt M verbinden (Linie unterbrochen), ergibt 5 auf Strahl s5
 - ⇒ Strecke G-5 von s4 wird verkleinert (Faktor 1/10)
 - ⇒ im Moment ist der Strahl s5 für Zehner zuständig
- Punkt 5 auf s5 geometrisch zum 5. Teilstrich addieren ergibt $50 + 5 = 55$
- Punkt 55 auf s5 mit Knotenpunkt K verbinden (Linie unterbrochen), ergibt 55 auf Strahl s4
 - ⇒ Strecke I-55 von s5 wird verkleinert
 - ⇒ im Moment ist der Strahl s4 für Hunderter zuständig
- Punkt 55 auf s4 geometrisch zum 3. Teilstrich addieren ergibt $300 + 55 = 355$
 - ⇒ Zähler ist vollständig auf s4 konstruiert
- Parallele zur Strecke F-113 durch 355 schneidet Strahl s2 in X
 - ⇒ Zähler 355 entspricht $\approx \pi$ im Bruch $\approx \pi / 1$
- Strecke A-X ab Punkt G auf s2 übertragen ergibt Y
- Parallele zur Strecke F-D durch Y schneidet s1 in Z
 - ⇒ A-Y ist proportional zu $\approx U/2$
- **Strecke A-Z = 355 / 113 $\approx \pi$ bzw. $\approx U/2$**

• Hinweise

- Additionen bzw. Subtraktionen werden **nur auf den äußeren** Hauptstrahlen durchgeführt.
 - ⇒ Falls ermittelte Punkte zueinander zu eng liegen würden, auf den 2. äußeren Strahl ausweichen.
- Die mittigen Hilfsstrahlen werden **alternativ** für die Lagebestimmung des Punktes (Abstand zur s3) verwendet. Punkte auf Hilfsstrahlen **können nicht** auf andere Hilfs- oder Hauptstrahlen **projiziert werden**.
- Bei einem Bruch mit noch mehr Dezimalstellen (z. B. 245.850.922 / 78.256.779, meist bessere Annäherung an π), ist die Vorgehensweise ähnlich wie oben beschrieben, doch wegen der Länge des Bruches, die ermittelten Zahlen **abwechselnd** mit einem Knotenpunkt (z. B.: K, M, S, T, U, V) verbinden, auf dessen Strahl der neue Punkt **mit erkennbarem Abstand** zum Nachbarpunkt liegt!
 - ⇒ Evtl. bringt ein **nachträglicher Wechsel** eines Punktes zu **einem anderen Knotenpunkt**, einen besser erkennbaren Abstand. Dies beeinflusst nicht die bereits erfolgte Addition dieses Punktes.
 - ⇒ Beispiel „Die Kreiszahl Pi (π) auf einem Strahl dargestellt“ mit Bruch 245.850.922 / 78.256.779.
- **Vor dem Verkleinern einer Zahl** auf 1/10 seines Wertes, ist zu überprüfen ob die nächste zu bearbeitende Dezimalstelle den Wert „0“ hat. Trifft dies zu, müssen zwei Projektionen direkt hintereinander (z. B. von s4 nach s5 und wieder zurück auf s4) erfolgen, denn die betreffende Zahl muss vor der Addition zuerst auf 1/100 verkleinert werden. Erst dann kann die Addition zur nächsten Dezimalstelle erfolgen.
 - ⇒ Diese Vorgehensweise wird z.B. erforderlich beim Bruch 245.850.922 / 78.256.779.